

	ර/ෆර්ගුසන් උසස් විද්‍යාලය R/Ferguson High School	ශ්‍රී ලංකා විද්‍යාල සංගමය Sri Lanka Schools' Congress
දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2024		
ශ්‍රේණි } 12 Grade }	විෂය } සංයුක්ත ගණිතය Subject }	පත්‍රය } I Paper }
කාලය } පැය 03 ටි Time }		

(B) කොටස

11. (a) $x^2 + ax + b = 0$ හි මූල α, β ද $x^2 + px + q = 0$ හි මූල $\frac{1}{\alpha}, \gamma$ ද වේ.

$(p - aq)(a - bp) = (1 - bq)^2$ බව පෙන්වන්න.

තවද β හා γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය,

$(1 - bq)x^2 + [b(p - aq) + q(a - bp)]x + (1 - bq)bq = 0$

බව ද පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + bx + c$ බහු පදය $(x - 1)^2$ න් හරියට ම බෙදෙන අතර එය $(x - 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 12 කි. a, b, c සොයන්න.

12. (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + a \sin x)^2 - (1 - a \sin x)^2}{\sqrt{1 + a^2 x} - \sqrt{1 - a^2 x}}$ අගයන්න.

(b) (1, 1) හා (4, 7) ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය 2 : 1 අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. එය $y = x + 2$ රේඛා මත පිහිටන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(c) $\frac{3x^4 + 4x^3 - 2}{3x^3 - 2x^2} \equiv Ax + B + \frac{4x^2 - 2}{3x^3 - 2x^2}$ වන පරිදි A හා B ලබා ගන්න.

$\frac{4x^2 - 2}{3x^3 - 2x^2}$ හින්න භාග කරන්න.

(d) $y = |x^2 - x - 6|$ සහ $y = |x + 1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක ඇඳීමෙන් $|x^2 - x - 6| \leq |x + 1|$ තෘප්ත කරන අගය පරාසය ලබා ගන්න.

13. (a) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac}$$

නම් ABC සාප්‍රකෝණී ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

(b) $4\sin\theta - 3\cos\theta$ යන්න $R\sin(\theta - \alpha)$ ආකාරයට ලියා දක්වන්න. මෙහි R හා α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. එනමින් $4\sin\theta - 3\cos\theta = 3$ සමීකරණයේ විසඳුම $0 \leq \theta \leq \pi$ අතර ලබා ගන්න.

$$\frac{1}{4\sin\theta - 3\cos\theta + 7}$$

යන්නෙහි උපරිම හා අවම අගයන් ලබා ගන්න.

(c) $A+B+C = \pi$ වට $b\sin\left(\frac{B}{2} + C\right) = (c+a)\sin\frac{B}{2}$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $\sin 3x$ සහ $\cos 3x$ සූත්‍ර ලබා ගන්න.

$$\sin 3x + \cos 3x = 0$$

සඳහා විසඳුම් ලබා ගන්න.

(b) $-\pi \leq x \leq \pi$ පරාසය තුළ $y = 2\left[\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right] + 4$ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එනමින් $y = k$ විසඳුම නොමැති වීමට k හි අගය පරාසය සොයන්න.

(c) $\sin^{-1} 6x + \sin^{-1} 6\sqrt{3}x = \frac{\pi}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a) \underline{a} හා \underline{b} දෛශික දෙකක තීන් ගුණිතය වන $\underline{a} \cdot \underline{b}$ අර්ථ දක්වන්න.

$$|\underline{a} + \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 + 2(\underline{a} \cdot \underline{b}) + |\underline{b}|^2$$

බව පෙන්වන්න.

$$|\underline{a} - \underline{b}|^2$$

සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න.

(i) $|\underline{a}| = 2, |\underline{b}| = 4$ \underline{a} හා \underline{b} අතර කෝණය 60° නම්, $|2\underline{a} + 4\underline{b}|$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $|\underline{a}| = 2, |\underline{b}| = 4$ \underline{a} හා \underline{b} එකිනෙකට ලම්බක ද නම් $|2\underline{a} - 3\underline{b}|$ හි අගය සොයන්න.

(b) \underline{a} හා \underline{b} අභිගුණ්‍ය නොවන සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකකි. α හා β අදිශ වන විට $\alpha\underline{a} + \beta\underline{b} = \underline{0}$ වීම සඳහා අවශ්‍යතාව $\alpha = 0$ සහ $\beta = 0$ බව සාධනය කරන්න.

OACB සමාන්තරාස්‍රයේ $\overline{OA} = \underline{a}, \overline{OB} = \underline{b}$, මගින් නිරූපණය වේ. D යනු $\underline{OD} : \underline{DA} = 1 : 2$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයකි. BD හා OC, X හිදී ඡේදනය වේ. λ හා μ අදිශ වන විට $\underline{OX} = \lambda\underline{OC}$ හා $\underline{BX} = \mu\underline{BD}$ ලෙස ගැනීමෙන් λ හා μ අගයන් සොයා $\underline{BX} : \underline{XD} = 3 : 1$ බව හා $\underline{OX} : \underline{XC} = 1 : 3$ බව පෙන්වන්න.

16. (a) ABCDEF යනු පාදයක දිග 2a බැගින් වන සවිධි ඡඩ්ප්පයකි. විශාලත්වය 3P, 2P, P, 3P සහ Q

වන බල පිළිවෙළින් AD, CD, AF, FC සහ FE ඔස්සේ එම අකුරු වල පවිපාවියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. AB පාදය තිරස් වන සේ සවිධි ඡඩ්ප්පයක් ඇඳ එම බල ලකුණු කරන්න.

(i) පද්ධතියෙහි සුර්ණය ඡඩ්ප්පයෙහි කේන්ද්‍රය වටා සොයන්න.

(ii) පද්ධතිය ඡඩ්ප්පයෙහි කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වන තනි බලයකට කුලය වේ නම්, එම තනි බලයේ විශාලත්වය P ඇසුරෙන් සොයන්න. එහි දිශාව AD ඔස්සේ බවත් පෙන්වන්න.

(b) OXY තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(-i + 2j)$, $(i + j)$, $(-i + 3j)$ පිහිටුම් දෛශික වලින් දැක්වෙන ලක්ෂ්‍ය වල දී ක්‍රියා කරන $(3pi + 5pj)$, $(3pi - 4pj)$, $(-3pi + 3pj)$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි P යනු නිව්ටන් වලින් මනින ලද ධන රාශියකි. පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට කුලය බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. දැන් අතිරේක බලයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතිය දක්ෂිණාවර්ත සුර්ණය 36P Nm යුග්මයකට කුලය වන පරිදිය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.